

## מבחן טרימסטר א' במתמטיקה

משך המבחן 3 שעות. יש לפתור את **25** השאלות!  
 אין להשתמש במחשבוני! אין לצאת ב-45 הדקות האחרונות של המבחן!  
 סעיפים שונים באותה שאלה שווים בניקודם עד כדי נקודה, אלא אם רשום אחרת!  
בכל שאלה חובה למצוא את כל התשובות. חובה לנמק כל תשובה ולפשטה ככל הניתן!  
כל נוסחה שנעשה בה שימוש ואינה מופיעה בדף הנוסחאות - חייבת הוכחה!

### שאלה 1 - 15%

- 7% א. מצא את הערך המינימלי של הפונקציה  $f(x) = x^2 - 4|x-1| - 6$   
 8% ב. עבור אילו ערכים של  $m$  גרף הפונקציה  $f(x) = (m+5)x^2 + x + m - 3 = 0$  חותך את ציר  $X$  משני הצדדים של ציר  $Y$ ?

### שאלה 2 - 18%

- 10% א. צייר במערכת צירים אחת את העקומים הבאים:  $|y-3|=x+2$ ,  $y=|x-2|+|x-1|$   
 8% ב. עבור אילו ערכים של  $m$  אין למערכת המשוואות פתרון?  

$$\begin{cases} |y-3|-x=m \\ |x-2|+|x-1|-y=0 \end{cases}$$

1,93  
2

### שאלה 3 - 20%

- 10% א. פתור:  $(3-11x-4x^2)\sqrt{3\cdot 16^x + 2\cdot 81^x - 5\cdot 36^x} \leq 0$   
 10% ב. הוכח שאם  $x_2 < x_1 < \frac{1}{a}$  אז  $\frac{x_1}{ax_1-1} < \frac{x_2}{ax_2-1}$  עבור  $0 < a$  נתון.

### שאלה 4 - 14%

- 14% פתור:  $\log_5 x + \frac{\log_3 x - 1}{\log_3 x} < \frac{(2 - \log_3 x) \cdot \log_5 x}{\log_3 x}$

יש לפתור את השאלות הבאות רק באמצעות גיאומטריה-המישור.  
כל משפט בגיאומטריה המישור שנעשה בו שימוש ושאינו מופיע ברשימת המשפטים - חייב הוכחה!  
תזכורת! - חובה לשרטט בעזרת סרגל ומחוגה ולא ביד חופשית!

### שאלה 5 - 16%

- שני מעגלים משיקים זה לזה חיצונית בנקודה  $A$ .  
 משיק משותף שאינו עובר דרך  $A$  נוגע במעגלים בנקודות  $B$  ו- $C$  בהתאמה.  
 משיק משותף העובר דרך  $A$  חותך את  $BC$  בנקודה  $M$  ונתון כי  $AB=8$ ,  $AC=6$ .  
 6% א. מה אורכו של  $AM$ ?  
 10% ב. מה רדיוס המעגל הגדול?

1,104  
6

### שאלה 6 - 17%

- במשולש  $ABC$  התיכונים הם  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$   $(A' \in BC)$ ,  $(B' \in AC)$ ,  $(C' \in AB)$   
 דרך אמצע הקטע  $B'C$  מעבירים קטע  $A'D$  כך ש- $A'D=BB'$ . מחברים  $A$  עם  $D$ .  
 6% א. הוכח כי  $A'B'DC$  מקבילית.  
 6% ב. הוכח כי צלעות המשולש  $AA'D$  שוות בהתאמה לתיכוני המשולש  $ABC$ .  
 5% ג. מצא את היחס בין השטחים של המשולשים  $ABC$  ו- $AA'D$ . (רמז: חקור משולשים שווי שטח)

**בהצלחה!**

1781

$$F(x) = x^2 - 4|x-1| - 6$$

$$x \leq 1$$

$$y = x^2 + 4(x-1) - 6$$

$$y = x^2 + 4x - 10$$

$$x_p = \frac{-4}{2} = -2$$

$$y(-2) = 4 - 8 - 10 = -14$$

$$(-2, -14)$$

$$x > 1$$

$$y = x^2 - 4(x-1) - 6$$

$$y = x^2 - 4x - 2$$

$$x_p = \frac{4}{2} = 2$$

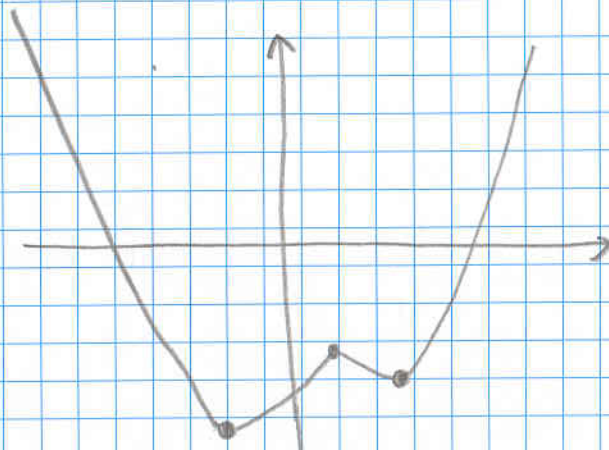
$$y(2) = 4 - 8 - 2 = -6$$

$$(2, -6)$$

$$(1, -5)$$

קרי

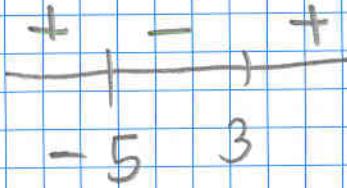
הערך המינימלי  
הוא  $-14$





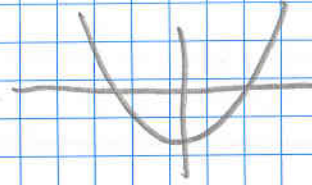
②

$$\frac{m-3}{m+5} < 0$$



$$-5 < m < 3$$

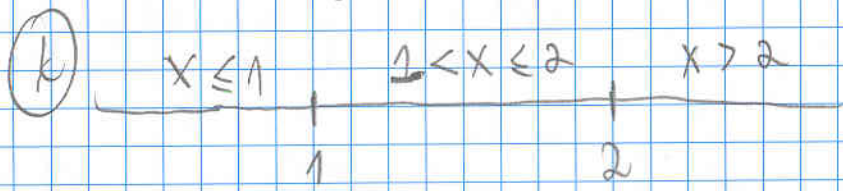
$$\frac{c}{a} < 0$$



1  $\Rightarrow$   $(\Delta > 0)$

2 אופר

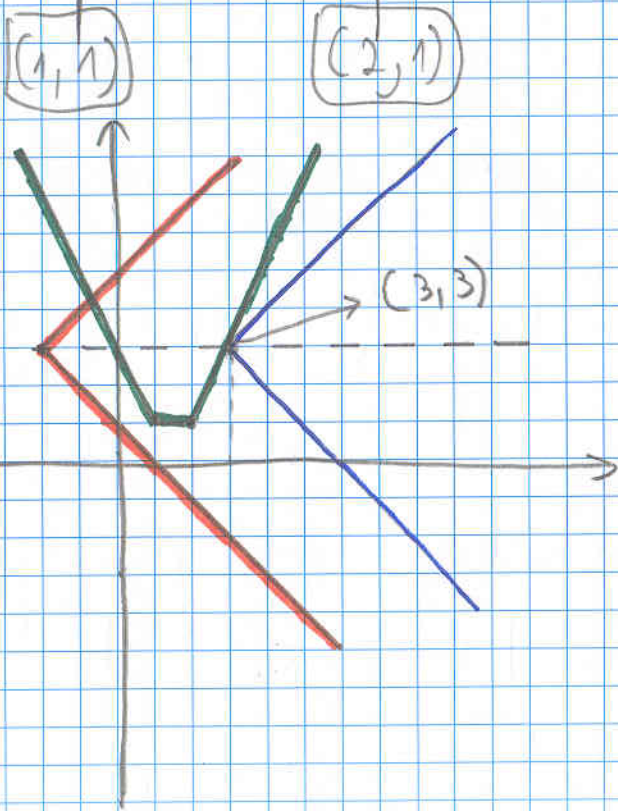
$$y = |x-2| + |x-1|$$



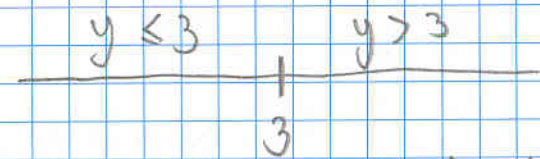
$y = -x+2 - x+1$   
 $y = -2x+3$

$y = -x+2 + x-1$   
 $y = 1$

$y = x-2 + x-1$   
 $y = 2x-3$



$$|y-3| = x+2$$



$-y+3 = x+2$   
 $-x+1 = y$

$y-3 = x+2$   
 $y = x+5$

$(-2, 3)$

$$|y-3| = x+m \quad (2)$$

שני את הנקודה של המסך  
 יאלנה (מחלקה ב  
 כתיב המילואה כמות י כמות  
 מספר מספר און כמות  
 את קמיק כמות



$$(3,3) \rightarrow |y-3| = x+m$$

$$|3-3| = 3+m$$

$$\boxed{-3 = m} \Rightarrow$$

נאמן את המרחק  
הנקודה (3,3) מהמקור



$$\boxed{m < -3}$$

אין כגון

3. > 0

(14)

$$(4x^2 + 11x - 3) \sqrt{3 \cdot 2^{4x} + 2 \cdot 3^{4x} - 5 \cdot 2^{2x} \cdot 3^{2x}} \geq 0$$

$$4x^2 + 11x - 3$$

$$4x(x+3) - 1(x+3)$$

$$(4x-1)(x+3)$$

$$x = \frac{1}{4} \quad x = -3$$

$$3 \cdot 2^{4x} - 3 \cdot 2^{2x} \cdot 3^{2x} - 2 \cdot 3^{2x} \cdot 2^{2x} + 2 \cdot 3^{4x} \geq 0$$

$$3 \cdot 2^{2x} (2^{2x} - 3^{2x}) - 2 \cdot 3^{2x} (2^{2x} - 3^{2x}) \geq 0$$

$$(3 \cdot 2^{2x} - 2 \cdot 3^{2x}) (2^{2x} - 3^{2x}) \geq 0$$

$$3 \cdot 2^{2x} = 2 \cdot 3^{2x}$$

$$2^{2x} = 3^{2x}$$

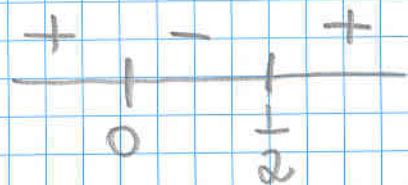
$$2^{2x-1} = 3^{2x-1}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} = 1$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x-1} = 1$$

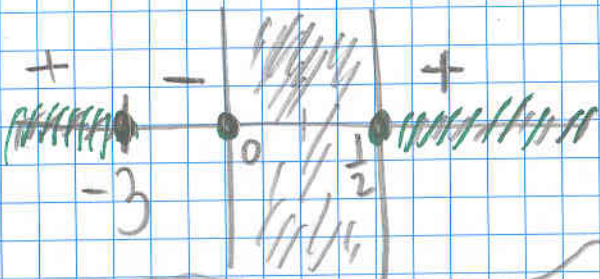
$$x = 0$$

$$x = \frac{1}{2}$$



$$\begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x \leq 0 \end{cases}$$

2.2



$$x \leq -3, x = 0, x \geq \frac{1}{2}$$



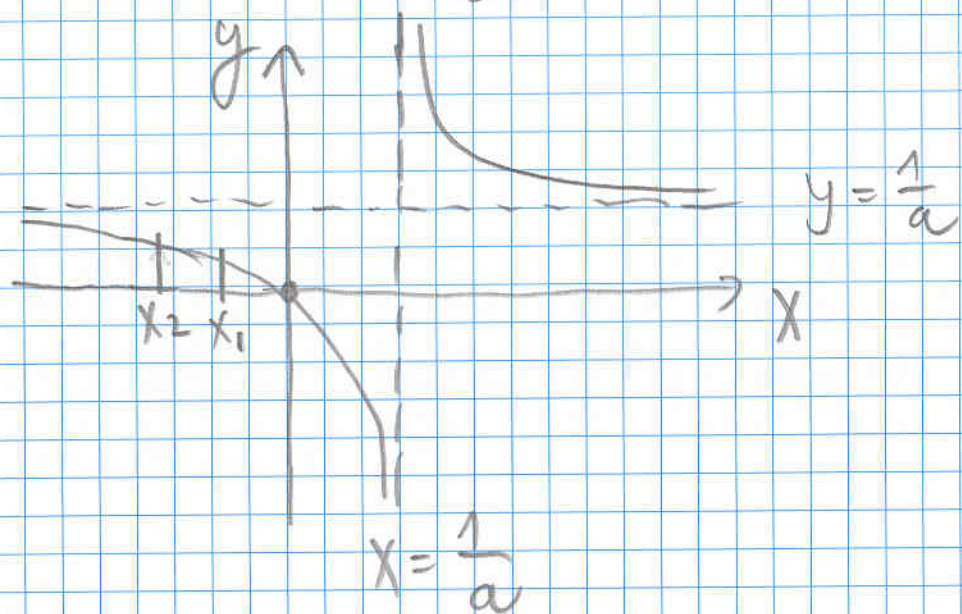
3 > 2  
 2

$$y = \frac{x}{ax-1}$$

$a > 0$

$$ax-1 \neq 0$$

$$x \neq \frac{1}{a}$$



$$x_2 < x_1 < \frac{1}{a}$$

נסתכל על הפונקציה  
 בתחום  $x < \frac{1}{a}$  בתחום

שהפונקציה קבועה.

$x_2 < x_1$  ואכן

$$f(x_2) > f(x_1)$$

$\Leftrightarrow$

$$\frac{x_2}{ax_2-1} > \frac{x_1}{ax_1-1}$$

f.e.N

(0 0) 78)

3 nkte

2

a > 0

$$\rightarrow x_2 < x_1 < \frac{1}{a}$$

$$ax_2 < ax_1 < 1$$

$$\Downarrow$$
$$ax_2 - 1 < 0$$

$$ax_1 - 1 < 0$$

f.o.N

$$\begin{aligned} &\rightarrow \frac{x_1}{ax_1 - 1} < \frac{x_2}{ax_2 - 1} \\ &\Downarrow \\ &\rightarrow x_1(ax_2 - 1) < x_2(ax_1 - 1) \\ &\rightarrow ax_1x_2 - x_1 < x_1x_2a - x_2 \\ &x_2 < x_1 \end{aligned}$$

f.o.N



4. а)  $\log_5 x + \frac{\log_3 x - 1}{\log_3 x} < \frac{(2 - \log_3 x) \log_5 x}{\log_3 x}$

$x > 0$   
 $\log_3 x \neq 0$   
 $x \neq 1$

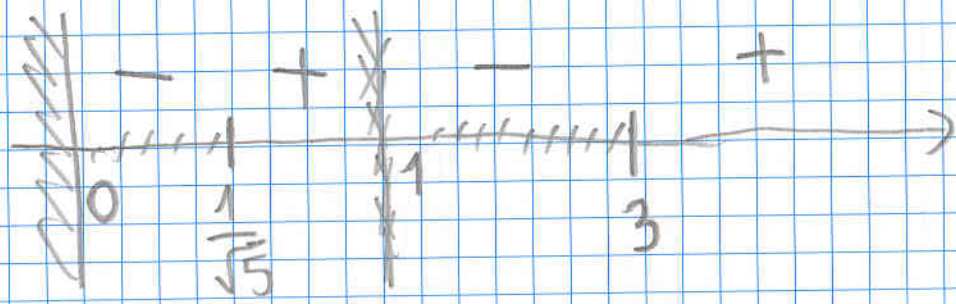
$$\frac{\log_3 x \log_5 x + \log_3 x - 1 - 2 \log_5 x + \log_3 x \log_5 x}{\log_3 x} < 0$$

$\log_5 x = -\frac{1}{2}$   
 $x = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$$\frac{2 \log_3 x \log_5 x - 2 \log_5 x + \log_3 x - 1}{\log_3 x} < 0$$

$\log_3 x = 1$   
 $x = 3$

$$\frac{(2 \log_5 x + 1)(\log_3 x - 1)}{\log_3 x} < 0$$

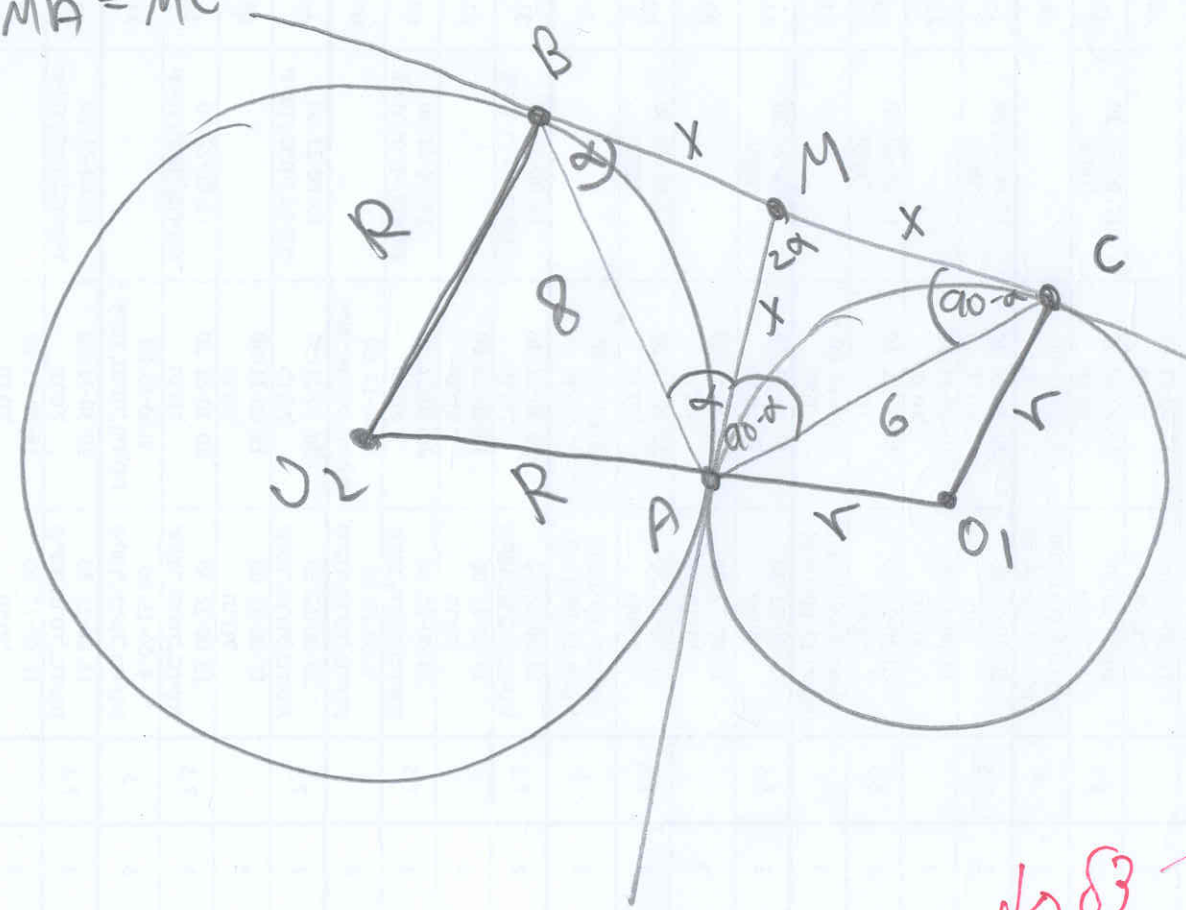


$1 < x < 3$   
 $0 < x < \frac{1}{\sqrt{5}}$

שאלה 15:

מס' יוקף נאלה  
 נאה מלם

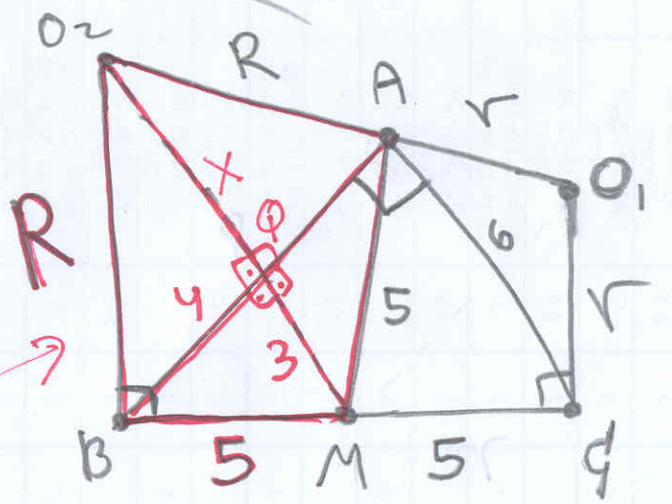
$BM = MA = MC$



$6^2 + 8^2 = BC^2$

$BC = 10 = 2x$

$AM = x = 5$



לס

$\Delta O_2 Q B$  - כוונתו \*  
 $R^2 = 16 + \left(\frac{16}{3}\right)^2 = \frac{400}{9} \Rightarrow R = \frac{20}{3}$

$\Delta B O_2 M$  כוונתו \*  
 $y^2 = 3x \Rightarrow \frac{16}{3} = x$



: 6  $\rightarrow$  ske

$2+k$

